

Les Nombres d'Unités de Transfert, thermique, massique, outils rapides de simulation de séchoirs

P. SEBASTIAN, J. P. NADEAU et J. R. PUIGGALI

L.E.P.T.-ENSAM, URA-C.N.R.S. 873, Esplanade des Arts et Métiers. 33405 Talence Cedex France

(Reçu le 12 juillet 1991 et sous forme finale le 19 mars 1992)

Résumé—Nous présentons une analyse, appuyée sur le concept d'Unités de Transfert thermique et massique, construite à partir de la cinétique de séchage et du coefficient d'échange thermique. Elle est utilisée pour accélérer la simulation des séchoirs. A titre d'illustration, un séchoir à empilage statique est étudié, ce type de séchoir étant très utilisé dans l'industrie du bois.

1. PRESENTATION

1.1 Analyse du processus de séchage [1-2]

LES NOMBREUSES études et expériences faites sur la physique du séchage font apparaître les faits suivants :

Le séchage est un phénomène complexe, il regroupe de nombreux autres phénomènes qui ressortent de la mécanique des fluides, de la thermodynamique, des transferts de masse et de chaleur. Ces phénomènes jouent sur le séchage en introduisant des échelles de temps ou d'espace très différentes. Néanmoins, d'un procédé de séchage à l'autre, ces échelles se transportent. On retrouve ainsi, dans un séchoir alimenté en continu et dans lequel s'est établi un régime permanent, des échelles d'espace proportionnelles aux échelles de temps de ce même séchoir fonctionnant en discontinu (amas de produit fixe à chargement par lots).

Au cours d'une opération de séchage les transferts thermique et massique tiennent tour à tour un rôle prépondérant. Selon leur prééminence, on peut distinguer plusieurs phases dans le phénomène de séchage. Une phase d'échauffement au cours de laquelle le produit monte en température, une phase dite 'isenthalpe' ou 'pseudo-isenthalpe' à vitesse d'évaporation constante, une phase de ralentissement où les transferts de masse et de chaleur s'estompent pour parvenir à un état d'équilibre.

La complexité des interactions et la juxtaposition des phénomènes élémentaires du séchage limitent la portée de toute tentative de modélisation macroscopique négligeant un ou plusieurs d'entre eux. De ce fait, il est impossible de construire un modèle universel de séchoir à partir d'une synthèse de la physique microscopique de ces éléments sans aboutir à la construction d'un modèle numérique se prêtant difficilement à l'analyse. Pour pallier ce problème, on peut construire des modèles paramétrés—classiques en génie des procédés—dont la structure s'articule

autour de résultats expérimentaux auxquels on tente de donner le caractère le plus général possible. Les paramètres sont obtenus expérimentalement, et diffèrent selon le produit, son agencement, etc.

Le concept d'Unités de Transfert, particulièrement développé pour les échangeurs thermiques [3], met en place un ensemble de modules, aux propriétés équivalentes à celles des éléments de l'échangeur. Il met en valeur des nombres adimensionnels, tels que des efficacités thermiques, des rapports de capacité thermique qui sont caractéristiques de la circulation des fluides, des échanges de chaleur, etc. Les Unités de Transfert sont un outil d'analyse construit autour des équations de la thermodynamique et de modèles d'échanges convectifs ou conductifs tels que ceux de Nusselt et de Fourier. Elles peuvent être transposées au problème du séchage, à l'aide de ces mêmes modèles et d'un modèle de transfert massique du type de celui défini dans le paragraphe suivant.

1.2. Modèles de transfert pour le séchage

1.2.1. Mise en place

Un processus de séchage, observé à l'échelle macroscopique, se résume à des échanges d'énergie et de masse dans un volume qui contient un empilement de produit. La fourniture d'énergie sous forme conductive, convective ou rayonnante provoque l'apparition d'un flux masse d'eau que nous exprimons grâce à une fonction dite cinétique de séchage. Cette cinétique contient explicitement des variables telles que des températures, des teneurs en eau, des vitesses de circulation d'air et de produit, etc. mais dépend aussi implicitement d'autres paramètres tels que, par exemple, l'agencement de l'amas de produit. Pour aller plus avant dans notre développement, qui reste général mais qui doit s'appuyer sur une application concrète, nous nous limitons au cas d'échanges convectifs entre l'air et le produit. Nous fixons une forme de cinétique de séchage et un modèle de conduction au sein du

NOMENCLATURE

a	teneur en eau qui intervient formellement dans Fm [b.s.]	T	température moyenne [K]
A_c	aire d'échange [m ²]	TUT	temps d'unité de transfert [s]
b	teneur en eau qui intervient formellement dans Fm [b.s.]	u_a	vitesse de l'air dans l'amas de produit [m s ⁻¹]
Bi	nombre de Biot thermique [—]	W	teneur en eau moyenne [b.s.]
c	température qui intervient formellement dans Fm [K]	W_{p1}^*	$W_{p1}^* = (W_{p1} - a)/b$ [—].
C	concentration massique [—]	Symboles grec	
C	chaleur massique humide [J kg ⁻¹ K ⁻¹]	α	coefficient égal à 5 pour les produits sphériques et à 3 pour les produits plats [—]
Δh_v	différence d'enthalpie nécessaire à la vaporisation de l'eau liquide de la température T_p à T_a [J kg ⁻¹ K ⁻¹]	β	coefficient de concavité [—]
Δx	pas d'espace [m]	ε_p	porosité de l'amas [—]
Δt	pas de temps [s]	λ	répartition linéaire de masse dans le séchoir [kg m ⁻¹]
e	efficacité [—]	μ	rapport de capacité massique (en valeur absolue) [—]
Fm	flux massique [kg m ² s ⁻¹]	ρ	masse volumique [kg m ⁻³]
F_0	flux massique de référence [kg m ² s ⁻¹]	ϕ_t	flux thermique [W m ⁻²]
h	coefficient de convection [W m ⁻² K ⁻¹]	ω	rapport de capacité thermique [—].
hr	humidité relative [—]	Indices et exposants	
HUT	hauteur d'unité de transfert [m]	1	entrée du fluide ou du produit
I	nombre adimensionnel permettant d'exprimer un NUT [—]	2	sortie du fluide ou du produit
J	nombre adimensionnel permettant d'exprimer un NUT [—]	a	air
j	coefficient d'échange d'énergie mécanique [m s ⁻¹]	d	diffusionnel
k	coefficient d'échange massique [m s ⁻¹]	e	entrée
l	longueur d'un volume de contrôle [m]	eqv	équivalent
L	longueur [m]	i	initial
NUT	nombre d'Unité de Transfert [—]	is	isenthalpe
NUE	nombre d'Unité d'Énergie [—]	ms	massique de séchage
p	périmètre d'échange, $p = A_c/l$ [m]	p	produit
q	débit massique [kg s ⁻¹]	s	sec
R	dimension caractéristique du produit dans l'amas égale à l'inverse de la compacité de l'amas [m]	sec	séchoir
		surf	surfacique
		t	thermique
		ts	thermique de séchage.

produit. Ces choix d'expression des transferts de masse et de chaleur, doivent être fait pour chaque problème particulier, mais ne constituent pas un obstacle au calcul des Nombres d'Unités de Transfert. L'utilisation que nous faisons de ces expressions nous autorise, de plus, à utiliser des hypothèses simplificatrices qui n'ont de sens que sur des volumes élémentaires.

1.2.2. Transferts thermiques.

Echange convectif: Nous adoptons le modèle convectif de Nusselt. Si ϕ_t est le flux d'échange surfacique convectif thermique entre l'air à la température T_a et le produit dont la température en surface est T_{surf} .

$$\phi_t = h \cdot (T_a - T_{surf}) \quad (1)$$

Echange conductif: L'application d'un modèle conductif de Fourier au sein du produit séché, conduit à

envisager une répartition parabolique des températures, et nous permet de relier la température de surface à la température moyenne du produit. Nous utilisons, avec α égal à 3 ou 5 pour des produits plats et sphériques respectivement [4]:

$$T_{surf} = T_p + \rho_{ps} \cdot R \cdot C_p \cdot \frac{Bi}{\alpha h} \cdot \frac{dT_p}{dt} \quad (2)$$

1.2.3. Transfert massique [2].

Les modèles classiques de diffusion, du type de celui de Fick, sont impuissants à décrire, avec précision, le comportement d'un amas de produit séché. Ce comportement intègre, en effet, la forme d'un amas et la physique d'un produit souvent complexes, et ne peut se résumer à un phénomène diffusif. Pour décrire l'évolution du flux-masse d'eau extrait d'un volume de

contrôle Vc , nous faisons appel à une fonction paramétrée Fm , d'inspiration expérimentale, qui, au vu de l'allure générale des cinétiques de séchage [2], peut s'adapter à un grand nombre d'entre elles (voir Fig. 1).

La formulation retenue est la suivante :

$$Fm = Fm_{is} \cdot \left(\frac{W_p - a}{b} \right)^\beta \quad Fm_{is} = F_0(u_a, W_a) \cdot e^{-c/T_a} \quad (3)$$

Il est à noter que :

- Cette expression ne veut donner qu'un exemple un peu général de cinétique, et pourrait être reconsidérée, si nécessaire, pour un cas particulier de produit.
- La phase d'échauffement du produit n'est pas décrite par l'expression (3).
- Fm_{is} est le flux massique en phase isenthalpe.
- F_0 est un flux de référence fonction de u_a et W_a .
- 'a' et 'b' sont des teneurs en eau, caractéristiques du procédé de séchage (teneur en eau d'équilibre, teneur en eau critique).
- Dans ce texte 'F₀', 'a' et 'b' sont assimilées à leur valeur moyenne au sein du Volume de contrôle étudié. Par la suite, cela revient à négliger les variations de ces termes dans Vc face à d'autres variations.
- 'c' est une température exprimée en degrés Kelvin.
- β est un coefficient qui prend la valeur 0 en phase isenthalpe et une valeur non nulle en phase de ralentissement.
- Une seule phase est distinguée pendant le ralentissement.
- Le procédé régit la montée en température et la période pseudo-isenthalpe. Le couplage produit/procédé induit la teneur en eau critique de transition entre phase isenthalpe et ralentissement. Parfois, l'état final du produit constitue une mémoire du procédé de séchage.

— L'écriture du flux-masse est basée sur la phase isenthalpe et fait intervenir des paramètres liés au produit et au procédé.

— La phase de ralentissement n'est qu'une réduction du flux-masse isenthalpe par une fonction pertinente. Dans certains cas, par exemple des produits agricoles, il n'existe pas de phase isenthalpe.

— La facilité d'utilisation de ce flux dans l'écriture des bilans d'énergie et de masse du séchoir, la facilité d'acquisition des données conduisant à son identification, justifient sa prise en compte dans une description macroscopique des échanges de masse.

1.3. Equations de conservations

Nous exprimons les équations de conservation dans un volume de contrôle de longueur égale à $u_a \cdot dt$:

1.3.1. La conservation de l'énergie dans l'air.

Elle se résume à :

$$C_a \cdot dT_a = \mu \cdot (\Delta h_v \cdot \delta W_p - C_p \cdot \delta T_p) \quad (4)$$

Dans le cas où l'amas de produit est fixe, on a :

$$\delta W_p = \frac{\partial W_p}{\partial t} \cdot dt \quad \delta T_p = \frac{\partial T_p}{\partial t} \cdot dt \quad |\mu| = \frac{\lambda_{ps}}{\lambda_{as}} \quad (5)$$

Dans le cas où l'amas de produit est mobile en régime permanent, on a :

$$\delta W_p = \frac{\partial W_p}{\partial x} \cdot dx \quad \delta T_p = \frac{\partial T_p}{\partial x} \cdot dx$$

$$|\mu| = \frac{q_{ps}}{q_{as}} = \frac{\lambda_{ps} \cdot u_p}{\lambda_{as} \cdot u_a} \quad (6)$$

Le signe de μ , dépend du déplacement relatif de l'air et du produit. Si l'air et le produit se déplacent à courants, ou à courants croisés, ou si le produit est

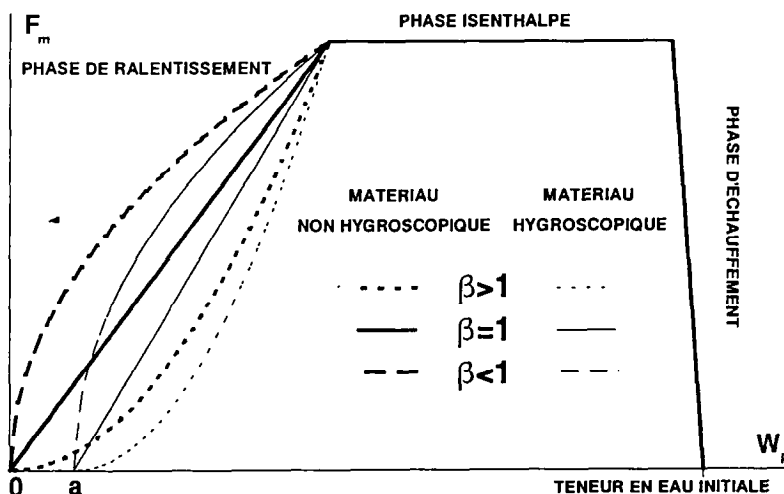


FIG. 1. Cinétique de séchage type de matériaux hygroscopiques ou non hygroscopiques, pour différentes valeurs du coefficient de concavité.

fixe, μ est positif. Si l'air et le produit se déplacent à contre-courants, μ est, par contre, négatif.

1.3.2. La conservation de l'énergie sur le produit

Elle s'exprime comme :

$$\rho_{ps} \cdot R \cdot C_p \cdot \frac{dT_p}{dt} = h \cdot (T_a - T_{surf}) + \rho_{ps} \cdot R \cdot \Delta h_v \cdot \frac{dW_p}{dt}. \quad (7)$$

L'équation de conservation de l'énergie sur l'air s'écrit alors :

$$dT_a = - \frac{h \cdot \mu \cdot dt}{C_a \cdot \rho_{ps} \cdot R} \cdot (T_a - T_{surf}). \quad (8)$$

1.3.3. La conservation de la masse d'eau dans l'air

Elle donne :

$$dW_a = -\mu \cdot dW_p. \quad (9)$$

1.3.4. Conservation de l'eau dans le produit.

Elle repose sur l'expression de la cinétique :

$$Fm = -\rho_{ps} \cdot R \cdot \frac{dW_p}{dt}. \quad (10)$$

1.4. Les nombres d'Unités de Transfert [3, 5–8]

Ce sont des nombres adimensionnels tirés de lois de conservation de la masse ou de l'énergie. Ils sont construits en adimensionnant ces équations et en les intégrant sur un volume de contrôle V_c . Trois *NUT*, associés chacun à un type de transfert particulier, sont plus particulièrement utilisés (voir Tableau 1). Ce sont les *NUT* thermiques, massiques, et le Nombre d'Unités d'Énergie associé à un transfert de quantité de mouvement [5].

Les Nombres d'Unités de Transfert opèrent une intégration sur un Volume de contrôle V_c , et permettent l'introduction d'hypothèses sur la stabilité respective des paramètres d'un phénomène de transfert. Le calcul de ces nombres conduit à des représentations relativement simple d'un transfert (paramètres stables), ou à des expressions plus complexes lorsque plusieurs phénomènes interagissent à la même échelle. Les échangeurs thermiques, par exemple,

couplent l'évolution de la température de deux fluides dans l'expression d'un même échange thermique. Les *NUT* développés autour de leur conception [3] conduisent à envisager de nombreux cas d'écoulements, et amènent des relations complexes.

Les Unités de Transfert introduisent d'autres nombres adimensionnels, tels que des efficacités, des rapports de capacités, des Hauteurs d'Unités de Transfert, des Temps d'Unités de Transfert, etc. Les efficacités trouvent leur interprétation dans la thermodynamique, mais sont aussi des facteurs de précision déterminant les échelles des volumes de contrôle observés. Elles nous permettent de maîtriser la précision de notre analyse, en jouant sur les dimensions des volumes V_c . Les nombres *HUT* et *TUT* traduisent la facilité avec laquelle s'opère le transfert. Plus ils sont importants, et plus, pour une même transformation des variables du transfert, les volumes V_c ou les temps de transfert associés à ces nombres sont longs et le transfert s'opère difficilement.

2. LES UNITÉS DE TRANSFERT

Les *NUT* sont calculés dans ce texte en prenant des hypothèses très simplificatrices dans le but de faciliter leur expression analytique. En particulier, les teneurs en eau 'a' et 'b' intervenant dans l'expression du flux masse (3) et donc dans NUT_{ms} seront assimilées à des constantes. *Ces hypothèses sur le calcul des NUT n'ont de sens qu'aux vues de l'utilisation qui en est faite plus loin.*

2.1. Les *NUT* spécifiques au séchage

2.1.1. Le *NUT* thermique

La variation de température de l'air au sein du volume V_c de longueur $u_a \cdot dt$, s'exprime grâce à l'échange convectif entre l'air et la surface du produit (8) :

$$dT_a = - \frac{h}{C_a \cdot q_{as}} \cdot (T_a - T_{surf}) \cdot dA_c. \quad (11)$$

En exprimant T_{surf} grâce à l'équation (2), l'équation (11) peut être intégrée dans le volume V_c :

Tableau 1. Les Nombres d'Unités de Transferts thermique, diffusif et le Nombre d'Unité d'Énergie

	Convection	Diffusion	Frottement
Transfert	$q_a \cdot C_a \cdot T_a$	$\frac{q_a}{\rho_a} \cdot C_a$	$\frac{q_a}{\rho_a} \cdot P_a$
Terme source	$h \cdot (T_a - T_{surf})$	$k \cdot (C_a - C_{surf})$	$j \cdot (P_a - P_{surf})$
	bilan énergétique	bilan massique	bilan énergétique
Bilan	$\frac{dT_a}{T_a - T_{surf}} = \frac{h}{q_a \cdot C_a} \cdot dA_c$	$\frac{dC_a}{C_a - C_{surf}} = \frac{k \cdot \rho_a}{q_a} \cdot dA_c$	$\frac{dP_a}{P_a - P_{surf}} = \frac{j \cdot \rho_a}{q_a} \cdot dA_c$
<i>NUT</i>	$NUT_t = \int_{V_c} \frac{dT_a}{T_a - T_{surf}}$	$NUT_d = \int_{V_c} \frac{dC_a}{C_a - C_{surf}}$	$NUE = \int_{V_c} \frac{dP_a}{P_a - P_{surf}}$

$$I_{ts} + \mu \cdot \frac{C_p}{C_a} \cdot \frac{Bi}{\alpha} \cdot J_{ts} = \int_{Vc} \frac{h}{C_a \cdot q_{as}} \cdot dA_c \quad (12)$$

avec

$$I_{ts} = - \int_{Vc} \frac{dT_a}{T_a - T_p}, \quad J_{ts} = \int_{Vc} \frac{dT_p}{T_a - T_p} \quad (13)$$

On définit NUT_{ts} par :

$$NUT_{ts} = I_{ts} + \mu \cdot \frac{C_p}{C_a} \cdot \frac{Bi}{\alpha} \cdot J_{ts} \quad (14)$$

Ce NUT est semblable à ceux que manipulent les concepteurs d'échangeurs thermiques. Il couple l'évolution en température d'un matériau 'froid' et d'un fluide 'chaud' qui échangent de la chaleur. Le calcul des intégrales I_{ts} et J_{ts} dans le volume Vc nous conduit à envisager différentes configurations d'échange : déplacement air/produit à co-courants, à contre-courants, à courants croisés, etc.

2.1.2. Le NUT massique de séchage

La conservation de la masse d'eau dans le volume Vc exprimée par les relations (3) et (10) dans un volume Vc de longueur $u_a \cdot dt$, s'écrit

$$\frac{-dW_p}{b \cdot \left(\frac{W_p - a}{b}\right)^\beta} = \frac{k_{eqv} \cdot \rho_{as}}{q_{as}} \cdot dA_c \quad (15)$$

avec k_{eqv} , coefficient d'échange massique équivalent

$$k_{eqv} = \frac{Fm_{ts}}{\mu \cdot b \cdot \rho_{as}} \quad (16)$$

Le Nombre d'Unités de Transfert massique de séchage est défini comme :

$$NUT_{ms} = - \int_{Vc} \frac{dW_p}{b \cdot \left(\frac{W_p - a}{b}\right)^\beta} \quad (17)$$

2.2. Calcul des NUT du séchage

Les expressions des différents NUT du séchage font intervenir les températures ou les teneurs en eau de l'air et du produit en entrée et en sortie du volume Vc . Nous indiquons 1 et 2, les variables respectivement en entrée et en sortie du volume Vc , ensuivant le sens de circulation de l'air ou du produit. Ainsi, par exemple, lorsque nous choisissons de faire entrer le produit par la face d'abscisse ' $x + dx$ ' et sortir par la face d'abscisse ' x ', nous notons :

$$T_p(x) = T_{p2}, \quad T_p(x + dx) = T_{p1}$$

Nous exprimons dans ce paragraphe les NUT thermique et massique d'un volume de contrôle à l'aide de nombres adimensionnels tels que des efficacités et des capacités thermiques ou massiques.

2.2.1. Expression de NUT_{ts}

L'expression de NUT_{ts} nécessite la définition de deux efficacités. L'une, e_{ts} , est dite *efficacité de refroidissement*, l'autre dite *efficacité de chauffage* est définie par son rapport rapport avec e_{ts} . Ce rapport noté ω est appelé *rapport de capacité thermique* :

$$e_{ts} = \frac{T_{a1} - T_{a2}}{T_{a1} - T_{p1}}, \quad \omega = \frac{T_{p2} - T_{p1}}{T_{a1} - T_{a2}} \quad (18)$$

2.2.1.1. *Calcul des intégrales I_{ts} et J_{ts}* . Le calcul des intégrales I_{ts} et J_{ts} est lié au déplacement relatif de l'air et du produit dans Vc , mais aussi aux lois de répartition de T_a et T_p dans l'espace au sein de ce volume. Le choix des fonctions d'évolution de T_a et T_p dans le volume de contrôle introduit une approximation et une simplification de l'étude des échanges thermiques dans Vc . Ce choix doit rester cohérent avec les phénomènes physiques dont les volumes élémentaires du séchoir peuvent être le siège. Si leur taille est suffisamment petite pour que les températures ne varient pas fortement, qu'elles restent éloignées l'une de l'autre, on peut supposer que $T_a(x)$ et $T_p(y)$ sont linéaire dans Vc :

—Déplacements à co-courants et contre-courants (voir Tableau 2).

—Déplacements à courants croisés (voir Tableau 3 et Fig. 2) : Les températures de l'air et du produit étant constantes, le long respectivement de l'axe des ordonnées et des abscisses de Vc , on considère que cette répartition de températures correspond au cas où l'air est mélangé, de même que le produit. Cette hypothèse perd toute consistance pour des volumes d'efficacité supérieure à $1/(1 + \omega)$. Elle sera donc utilisable dans les cas où les volumes élémentaires étudiés ont une efficacité très inférieure à $1/(1 + \omega)$.

2.2.1.2. Expression de NUT_{ts} aux différentes phases.

L'équation (4) se ramène quel que soit le déplacement relatif de l'air et du produit à l'expression de la capacité thermique :

$$\omega = \frac{C_a}{|\mu| \cdot C_p} \cdot \left(1 - |\mu| \cdot \frac{\Delta h_v}{C_a} \cdot \frac{dW_p}{dT_a}\right) \quad (19)$$

L'équation (19) met en valeur la valeur absolue de μ , que nous appelons le *rapport de capacité massique*. Ce nombre peut s'exprimer grâce aux variables caractéristiques du transfert de masse en entrée et en sortie du volume élémentaire considéré :

$$|\mu| = \frac{W_{a2} - W_{a1}}{W_{p1} - W_{p2}} \quad (20)$$

Considérons un amas de produit fixe qui sèche en suivant successivement les trois phases établies au premier paragraphe :

—Au début de la phase d'échauffement le flux Fm est nul. Le séchoir se comporte comme un échangeur thermique. Dans tout les cas d'écoulements :

Tableau 2. Calcul de I_{is} et J_{is} dans les cas de circulation de l'air et du produit à co-courants et à contre-courants

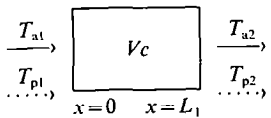
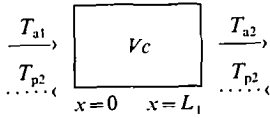
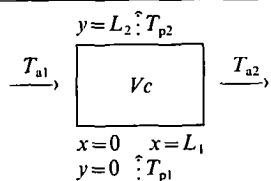
	Co-courants	Contre-courants
air/prod		
$T_a(x)$	$T_a = \frac{T_{a2} - T_{a1}}{L_1} \cdot x + T_{a1}$	$T_a = \frac{T_{a2} - T_{a1}}{L_1} \cdot x + T_{a1}$
$T_p(x)$	$T_p = \frac{T_{p2} - T_{p1}}{L_1} \cdot x + T_{p1}$	$T_p = \frac{T_{p1} - T_{p2}}{L_1} \cdot x + T_{p2}$
I_{is} et J_{is} fonctions de ω et e_{is}		
I_{is}	$\frac{1}{1+\omega} \cdot \ln\left(\frac{1}{1-(1+\omega) \cdot e_{is}}\right)$	$\frac{1}{1-\omega} \cdot \ln\left(\frac{1-\omega \cdot e_{is}}{1-e_{is}}\right)$
J_{is}	$\frac{\omega}{1+\omega} \cdot \ln\left(\frac{1}{1-(1+\omega) \cdot e_{is}}\right)$	$\frac{-\omega}{1-\omega} \cdot \ln\left(\frac{1-\omega \cdot e_{is}}{1-e_{is}}\right)$
Développements de I_{is} et J_{is}		
I_{is}	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1+\omega)^{n-1}}{n} \cdot e_{is}^n$	$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sum_{m=0}^{n-1} \omega^m\right) \cdot \frac{e_{is}^n}{n}$
J_{is}	$\omega \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1+\omega)^{n-1}}{n} \cdot e_{is}^n$	$-\omega \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \left(\sum_{m=0}^{n-1} \omega^m\right) \cdot \frac{e_{is}^n}{n}$

Tableau 3. Calcul de I_{is} et J_{is} dans le cas de circulation de l'air et du produit à courants croisés

	Courants croisés
air/prod	
$T_a(x)$	$T_a = \frac{T_{a2} - T_{a1}}{L_1} \cdot x + T_{a1}$
$T_p(y)$	$T_p = \frac{T_{p2} - T_{p1}}{L_2} \cdot y + T_{p1}$
I_{is} , J_{is} fonctions de ω et e_{is}	
I_{is}	$\ln\left(\frac{1-\omega \cdot e_{is}}{1-(1+\omega) \cdot e_{is}}\right) + \frac{1-e_{is}}{\omega \cdot e_{is}} \cdot \ln\left(\frac{1-(1+\omega) \cdot e_{is}}{1-e_{is}}\right) + \frac{1}{\omega \cdot e_{is}} \cdot \ln\left(\frac{1}{1-\omega \cdot e_{is}}\right)$
J_{is}	$\omega \cdot I_{is}$

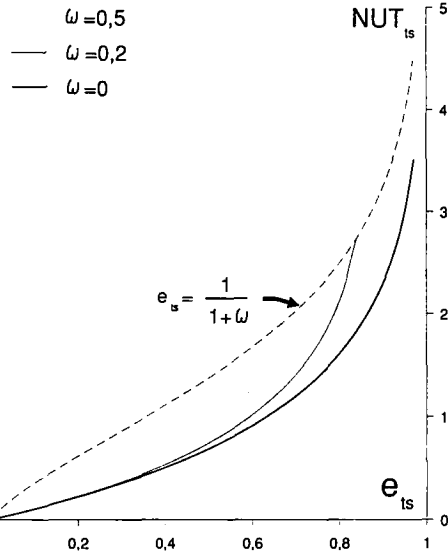


FIG. 2. $NUT_{is}(e_{is})$ en courants croisés pour trois valeurs du coefficient de capacité thermique. Modèle à air brassé et produit brassé.

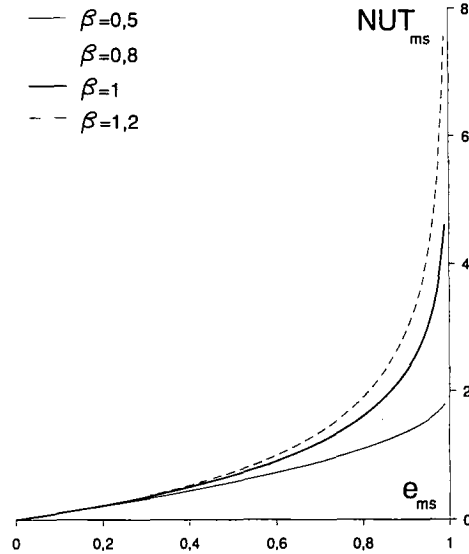


FIG. 3. $NUT_{ms}(e_{ms})$ pour quatre valeurs du coefficient de concavité.

$$\omega = \frac{C_a}{|\mu| \cdot C_p} \quad NUT_{is} = \left(1 + \frac{Bi}{\alpha}\right) \cdot I_{is}(e_{is}, \omega).$$

—En fin de phase d'échauffement, et tout au long de la phase isenthalpe, δT_p devient négligeable, alors que Fm atteint sa valeur maximale :

$$\omega \simeq 0 \quad NUT_{is} \simeq I_{is}(e_{is}, \omega).$$

—En fin de phase de ralentissement le flux massique s'annule à nouveau, et on retrouve les mêmes expressions de NUT_{is} et de ω qu'en début de phase d'échauffement.

2.2.2. Expression de NUT_{ms} : (voir Fig. 3)

L'efficacité massique de séchage est définie comme :

$$e_{ms} = \frac{W_{p1} - W_{p2}}{W_{p1} - a}. \quad (21)$$

On peut alors exprimer NUT_{ms} comme :

si $\beta \neq 1$:

$$NUT_{ms} = \frac{W_{p1}^{*(1-\beta)}}{(1-\beta)} \cdot (1 - (1 - e_{ms})^{(1-\beta)}) \quad (22)$$

si $\beta = 1$:

$$NUT_{ms} = \ln \left(\frac{1}{1 - e_{ms}} \right). \quad (23)$$

2.3. Expressions des NUT pour de faibles efficacités

Les volumes sur lesquels s'opère l'intégration ont souvent une faible efficacité, on utilise donc un développement de ces expressions :

si $\beta \neq 1$:

$$NUT_{ms} = W_{p1}^{*(1-\beta)} \cdot \left(e_{ms} + \frac{\beta}{2!} \cdot e_{ms}^2 + \frac{\beta(\beta+1)}{3!} \cdot e_{ms}^3 + \dots \right) \quad (24)$$

si $\beta = 1$:

$$NUT_{ms} = e_{ms} + \frac{e_{ms}^2}{2} + \frac{e_{ms}^3}{3} + \dots \quad (25)$$

Un développement des intégrales I_{is} et J_{is} est donné dans le Tableau 2, pour différentes configurations d'échange.

2.4. Définition des HUT et des TUT du séchage

2.4.1. Définitions

La surface d'échange A_c est proportionnelle à la longueur l du volume V_c . On pose ainsi :

$$dA_c = p \cdot dl.$$

Les NUT sont proportionnels à l'aire d'échange au sein du volume V_c , et on définit la Hauteur d'Unité de Transfert comme :

$$NUT \cdot HUT = l. \quad (26)$$

On définit aussi le Temps d'Unité de Transfert par :

$$NUT \cdot TUT = \frac{l}{u_n}. \quad (27)$$

Les hauteurs et les temps d'unités de transfert ont une signification physique très explicite. Ils traduisent la facilité avec laquelle s'opère le transfert. Plus la valeur de HUT ou TUT est grande plus le volume de contrôle doit être long pour effectuer une même transformation des variables du système. On a :

$$\frac{1}{HUT_{ms}} = \frac{1}{l} \cdot \int_{Vc} \frac{k_{eqv} \cdot \rho_{as}}{q_{as}} \cdot p \cdot dl$$

$$\frac{1}{HUT_{is}} = \frac{1}{l} \cdot \int_V \frac{h}{q_{as} \cdot C_a} \cdot p \cdot dl \quad (28)$$

Si on suppose k_{eqv} , h , ρ_{as} , p , q_{as} et C_a sensiblement constants dans le volume de contrôle, ce qui est toujours le cas dans ce texte :

$$HUT_{ms} = \frac{q_{as}}{p \cdot k_{eqv} \cdot \rho_{as}} \quad HUT_{is} = \frac{q_{as} \cdot C_a}{p \cdot h} \quad (29)$$

3. SIMULATION DES SÉCHOIRS

3.1. Présentation

La méthode de simulation de séchoirs que nous nous proposons d'étudier est telle que :

— *Le système utilisé par la simulation est formé par les 4 équations de conservation (énergie, masse pour l'air et le produit) intégrées grâce aux NUT définis dans ce texte.* Ainsi la simulation n'utilise pas des volumes de contrôle dans lesquels les variables caractéristiques des transferts (températures et teneurs en eau) sont constantes, mais des volumes au sein desquels on a en partie intégré la physique des transferts de masse et de chaleur.

— *Les pas d'espace Δx , et de temps Δt , c'est à dire les dimensions des volumes élémentaires pris en compte dans le calcul seront variables et déterminés grâce à des efficacités choisies à l'initialisation de la simulation.* Ces efficacités qui sont maintenues constantes tout au long de la simulation déterminent sa précision. Ainsi les pas d'espace ou de temps de la simulation sont calculés à chaque itération pour que l'intensité du transfert qui s'opère dans Vc , soit constant dans l'espace ou le temps. Lorsque les flux thermiques ou massiques sont forts, la simulation utilise des pas Δx et Δt petits. Inversement, si les transferts sont faibles, les volumes élémentaires pris en compte augmentent.

Cette application des NUT est faite au sein des volumes élémentaires utilisés par une simulation, ce qui justifie à posteriori les nombreuses hypothèses simplificatrices que nous avons faites jusqu'ici. Une hypothèse telle que, par exemple, 'a' et 'b' constants dans l'expression de la cinétique se justifie dans un volume de très petite taille en interaction avec d'autres volumes. D'un volume à l'autre ces termes peuvent évoluer car ils sont calculés pour différentes teneurs en eau et températures moyennes de l'air et du produit.

3.2. Application à un séchoir alimenté par lots

Nous étudions dans ce paragraphe, l'exemple d'un séchoir discontinu (séchoir en amas alimenté par lots), et nous l'illustrons par la simulation d'un séchoir de planchettes. Les variables T_a , W_a , T_p et W_p varient

dans l'espace et dans le temps. Le séchoir, de longueur L_{sec} est donc simulé dans ces deux dimensions.

Un code de simulation de ce type de séchoir a été construit en utilisant les développements des NUT définis au paragraphe 2.3. (voir Fig. 4). Ce code utilise comme données initiales les caractéristiques de l'air et du produit à l'entrée du séchoir (W_{ae} , T_{ae} , W_{pe} et T_{pe}) et deux efficacités, e_1 et e_2 , définissant respectivement la précision du calcul dans l'espace et dans le temps. Il simule le séchoir, dans l'espace sur toute sa longueur L_{sec} à chaque pas de temps, et dans le temps jusqu'à ce que W_p égale la teneur en eau finale du produit.

3.2.1. Evolution dans l'espace

Les pas d'espace sont calculés à chaque itération de temps comme :

$$\Delta x_i(e_1, x_i) = NUT_{is}(e_1, x_i) \cdot HUT_{is}(x_i) \quad (30)$$

Quelque soit x_i compris entre l'entrée et la sortie du séchoir :

$$x_{i+1} = x_i + \Delta x_i \quad (31)$$

e_1 est l'efficacité qui définit la précision de la simulation dans l'espace. Elle doit être interprétée comme une échelle de précision et non comme un critère

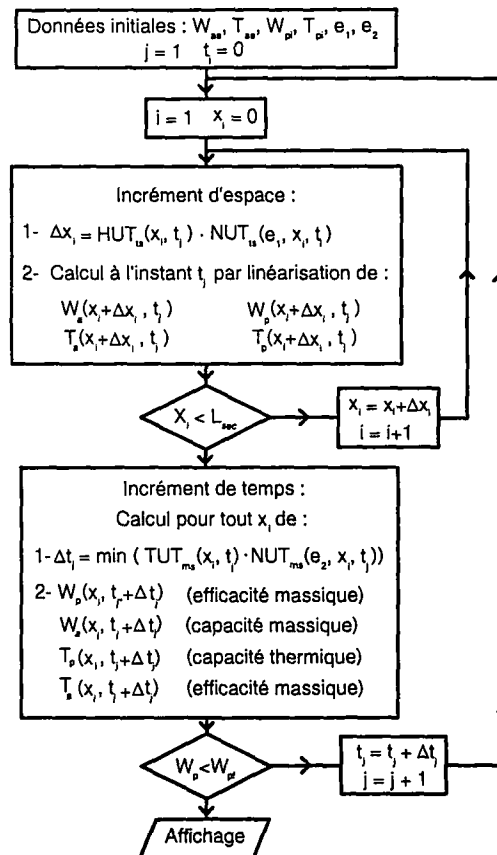


FIG. 4. Organigramme de simulation d'un séchoir alimenté par lots.

d'évaluation du séchage. Cette valeur de e_1 étant gardée constante, la longueur d'échange de V_c , c'est à dire le pas d'espace de la simulation, varie avec HUT_{is} et les paramètres de NUT_{is} .

L'efficacité thermique e_1 est, de para sa définition qui repose sur la différentielle dT_a , construite autour des variations de T_a dans le temps et dans l'espace. Nous utilisons plus spécialement cette efficacité pour discrétiser le séchoir dans l'espace car les températures de l'air de chaque module évoluent beaucoup plus dans la longueur d'un volume de contrôle ($u_a \cdot dt$) que dans le temps que met l'air pour le parcourir (dt).

3.2.2. Evolution dans le temps

Le pas de temps Δt_j est choisit comme la plus petite valeur de Δt_{ij} pour tout x_i :

$$\Delta t_{ij}(e_2, x_i, t_j) = NUT_{ms}(e_2, x_i, t_j) \cdot TUT_{ms}(x_i, t_j) \tag{32}$$

e_2 est l'efficacité qui définit la précision de la simulation dans le temps. C'est une efficacité massique construite autour des variations de W_p dans le temps.

3.2.3. Exemple d'un séchoir à empilement de planchettes

3.2.3.1. Présentation. Pour illustrer la simulation d'un séchoir alimenté par lots, nous étudions un séchoir de planchettes, qui traite des ensembles de planchettes parallèles entre elles et regroupées dans des volumes V_p , de largeur une largeur de planchette. L'air circule entre les planchettes et s'écoule dans la direction de leur largeur, avant de pénétrer dans le volume suivant ou de sortir du séchoir après le dernier volume (voir Fig. 5).

L'analyse des résultats expérimentaux a établi la cinétique comme :

$$Fm = Fm_{is}, \quad \text{si } W_p \geq W_{cr} \text{ et } hr_a < 100\%$$

$$Fm = Fm_{is} \cdot \left(\frac{W_p}{W_{cr}}\right)^\beta, \quad \text{si } W_p < W_{cr} \text{ et } hr_a < 100\%$$

$$Fm = 0, \quad \text{si } hr_a = 100\%$$

$$Fm_{is} = 4,5 \cdot 10^{-4} \cdot u_a^{0,7} \cdot \exp(-1250/T_a)$$

$$W_{cr} = 1,28 \cdot 10^{-2} \cdot T_a - 3,36$$

$$\beta = 0,9.$$

3.2.3.2. Simulation d'un séchoir de un mètre de hauteur. Nous simulons un ensemble de vingt volumes de planchettes dans les conditions présentées par le

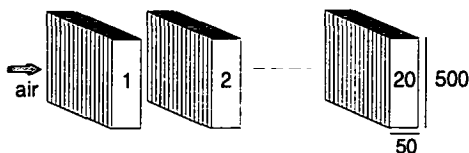


FIG. 5. Séchoir à empilement de planchettes.

Tableau 4. Conditions de simulation du séchoir à empilement de planchettes

Paramètre	Valeur	Unité
u_a	26	$m \cdot s^{-1}$
T_{ae}	333	K
T_{pi}	293	K
W_{ac}	0,01	b.s.
W_{pi}	1,8	b.s.
ρ_{ps}	400	$kg \cdot m^{-3}$
ϵ_p	0,1	
C_a	1020	$J \cdot K^{-1} \cdot kg^{-1}$
C_p	1300	$J \cdot K^{-1} \cdot kg^{-1}$
μ	3000	

Tableau 4. Les Figs. 6 and 7 présentent les courbes $W_p(t)$ et $T_a(x)$ obtenues à partir du code simulant le comportement de ce séchoir. La simulation est effectuée pour différentes valeurs des efficacités e_1 et e_2 qui définissent à la fois les volumes de contrôle et la précision du calcul, et ce, respectivement dans l'espace et dans le temps.

Pour une efficacité e_1 de 0,01, le volume de contrôle est de longueur, une fraction de volume de planchettes. Pour une valeur de e_1 de 0,2, il peut s'étendre sur plusieurs largeurs de planchettes.

Les pas de temps Δt sont, en phase de ralentissement, de l'ordre de quelques secondes avec e_2 égal à 0,01. Si e_2 vaut 0,1, ils sont de l'ordre de la minute.

Cinétique de séchage : La Fig. 6 présente les courbes $W_p(t)$ de l'évolution de teneur en eau moyenne du produit dans le premier (courbes en traits pointillés) et le dernier volume de planchettes (courbes en trait plein). Chacune des cinétiques est expérimentée pour deux couples de valeur ($e_1; e_2$), soit (0,01; 0,01) et (0,2; 0,1). Les dispersions observées entre les teneurs en eau en fin de cinétique sont de l'ordre de 0,02 aussi

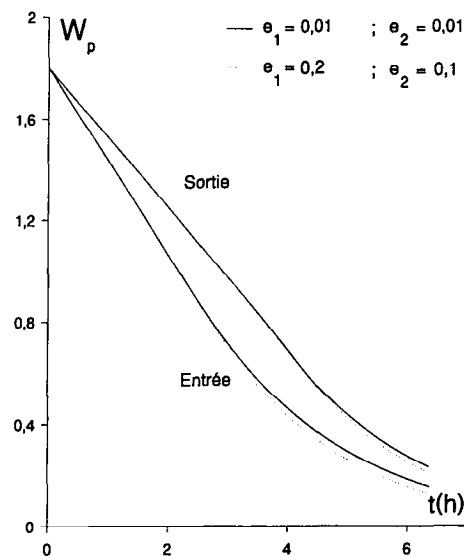


FIG. 6. Cinétique de séchage en entrée et en sortie du séchoir à empilement de planchettes, pour différentes valeurs de e_1 et e_2 .

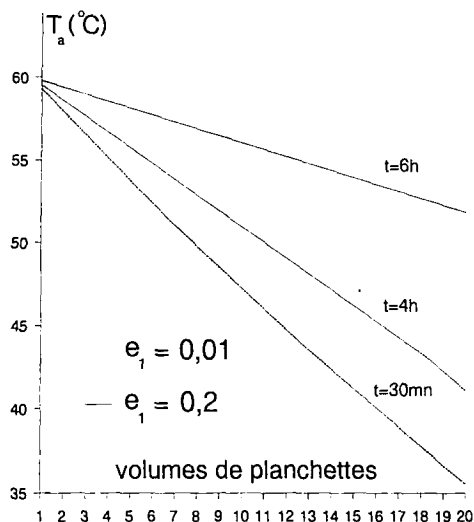


FIG. 7. Evolution de T_a le long du séchoir à empilement de planchettes, à trois instants, et pour deux valeurs de e_1 .

bien en entrée qu'en sortie de séchoir, pour des gains de temps de calcul d'un facteur 20. On peut donc obtenir de bonnes précisions de calcul avec des volumes élémentaires de grandes dimensions, le problème de séchage étant fortement intégré par les *NUT*.

Courbes de température de l'air: La Fig. 7 montre la température moyenne de l'air dans les volumes de planchettes à trois instants différents de la simulation: si $t = 30$ min, si $t = 4$ h et enfin si $t = 6$ h. Les courbes en pointillés ont été établies pour des valeurs de e_1 de 0,01, et celles en trait plein, pour e_1 égal à 0,2.

3.2.3.3. Analyse. Le temps de calculs de la méthode de simulation présentée dans ce texte sont beaucoup plus faibles que ceux d'une simulation classique (rapport 1000). En effet la méthode développée ici intègre préalablement les transferts de séchage dans des relations liant les *NUT* aux différentes efficacités, ce qui permet d'agrandir la taille des volumes élémentaires de la simulation. Le gain de temps, à priori imprévisible, dépend de la justesse des hypothèses simplificatrices prises dans le calcul des *NUT* et ne peut être évalué qu'en comparant des simulations opérées à l'aide d'efficacités de référence plus faibles. *Le fait de déterminer la dimension des volumes élémentaires de la simulation grâce à deux efficacités de référence permet de maîtriser la précision du calcul.*

4. CONCLUSION

La théorie des *NUT* réalise une intégration des phénomènes de transfert. Elle permet la discrétisation d'un problème de séchage sur des volumes au sein

desquels les températures et les teneurs en eau de l'air et du produit ne sont plus assimilées à des constantes. Tout processus de discrétisation s'écarte de la réalité qu'il décrit et entraîne une diminution de la précision du modèle. Néanmoins les *NUT* peuvent, avec la notion d'efficacité, quantifier le défaut de précision qu'induit l'analogie entre un séchoir réel et un réseau fini de volumes de contrôle. D'autres nombres adimensionnels, le rapport de capacité thermique ' ω ' par exemple, traduisent les interactions des différents transferts opérés à la même échelle. Ces termes montrent l'importance relative des variables caractéristiques, sur le transfert étudié.

La discrétisation du problème de séchage trouve une première application dans la simulation des séchoirs. Elle permet d'accélérer cette opération et d'utiliser des pas d'espace et de temps variables d'autant plus grands que les valeurs caractéristiques du séchage sont stables. Le temps de calcul nécessaire à la simulation est indépendant du temps de séchage, et n'est plus lié qu'à la précision. La méthode, qui utilise des nombres adimensionnels, se transporte aisément d'une cinétique de séchage à une autre.

Par ailleurs, l'utilisation des *NUT* peut être étendue à l'analyse physique des séchoirs et à leur conception, grâce à l'utilisation de *NUT* calculés grâce à des hypothèses plus proches de la réalité des transferts, et grâce à l'introduction du concept de réseau [9].

BIBLIOGRAPHIE

1. Q. Krisher et K. Kroll, *Technique de séchage*, Traduction du Centre Technique des Industries Aéronautiques et Thermiques (1963).
2. J. Van Brakel, Mass transfer in convective drying. Dans *Advances in Drying*, Vol. 1, pp. 217-261. Hemisphere, New York (1980).
3. W. Kays et A. London, *Compact Heat Exchangers*. McGraw-Hill, New York (1984, 1964, 1955).
4. G. L. Babukha et A. A. Shraiber, Interphase heat transfer in poly disperse gas suspension flows. *Proceedings of the 5th International Heat Transfer Conference, Tokyo*, pp. 69-73 (1974).
5. P. Le Goff, Analyse thermodynamique et mécanique des économies d'énergie. Dans *Energétique Industrielle* (1), pp. 177-250, Edition Technique et Documentation (1982).
6. P. Le Goff, Applications en génie chimique, échangeurs, séparateurs, réacteurs. Dans *Energétique Industrielle* (3), Edition Technique et Documentation (1982).
7. T. H. Chilton et A. P. Colburn, *Ind. Engng Chem.* **27**, 255 (1935).
8. H. J. Jaber et R. L. Webb, Design of cooling towers by the effectiveness-NTU method, *J. Heat Transfer* **111**, 837-843 (1989).
9. P. Sebastian, J. P. Nadeau et J. R. Puiggali, Les réseaux de Modules d'Unités de Transferts, thermique, massive, outils pertinents d'analyse de séchoirs, *Int. J. Heat Mass Transfer* **36**, 1763-1772 (1993).